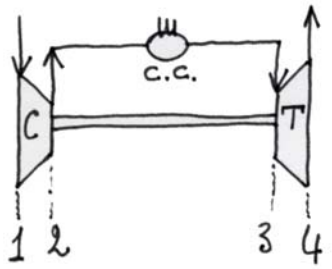
CAP. 2 ESEMPI NUMERICI

ES. 1) Ciclo base ideale

Un generatore di gas del tipo schematizzato in figura opera nelle seguenti condizioni:



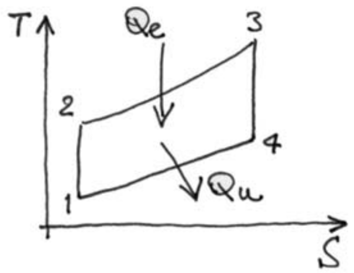
$p_1 = 0{,}1$ MPa $\qquad T_1 = 288$ K

$\beta_c = 8 \qquad T_3 = 1500$ K

Si effettui il calcolo del ciclo termodinamico, del rendimento e del lavoro massico $(c_p = 1004{,}5$ J/kg K $=$ cost$)$

$$p_2 = p_1 \cdot \beta_c = 0{,}8 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 522 \text{ K} \qquad (k = 1{,}4)$$



$$p_3 = p_2 = 0{,}8 \text{ MPa}$$

$T_3 = 1500$ K (assegnata)

$$p_4 = p_1 = 0{,}1 \text{ MPa}$$

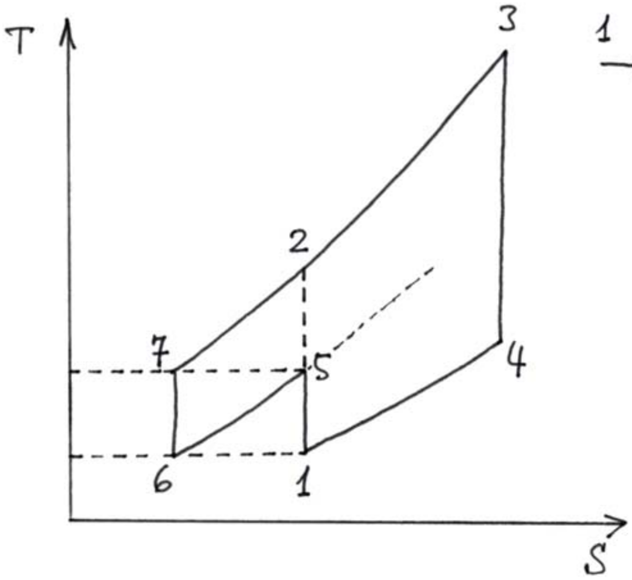
$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_4 = 827{,}6 \text{ K}$$

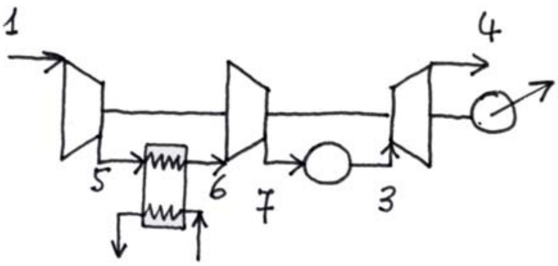
$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\beta^{k-1/k}} = 0{,}45$$

$$L_u = Q_e - Q_u = c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1) = 440{,}4 \text{ kJ/kg}$$

ES. 2) Ciclo ideale con interrefrigerazione

Un ciclo di turbina a gas ideale opera con uno stadio di interrefrigerazione uniforme in condizioni di lavoro di compressione minimo.
Si calcolino i punti del ciclo, il rendimento termodinamico ed il lavoro utile.





$p_1 = 0{,}1\,MPa$

$T_1 = 288\,K$

$\beta_c = p_7/p_1 = 8$

$T_3 = 1500\,K$

Interrefrigeraz. uniforme : $T_6 = T_1 = 288\,K$
Lavoro di compressione minimo : $\beta_{5-1} = \beta_{7-6} = \sqrt{\beta_c} = 2{,}83$

$p_5 = p_1 \cdot \beta_{5-1} = 0{,}283\,MPa$

$$\frac{T_5}{T_1} = \left(\frac{p_5}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_5 = 387{,}7\,K$$

$T_6 = T_1 = 288\,K$

$p_6 = p_5 = 0{,}283\,MPa$

$$p_7 = p_2 = p_1 \cdot \beta_c = 0{,}8\,MPa$$

$$T_7 = T_6 \cdot \beta_{7-6}^{k-1/k} = T_1 \cdot \beta_{5-1}^{k-1/k} = T = 387{,}7\,K$$

$T_3 = 1500\,K$ (assegnata)

$$p_3 = p_7 = 0{,}8\,MPa$$

$$p_4 = p_1 = 0{,}1\,MPa$$

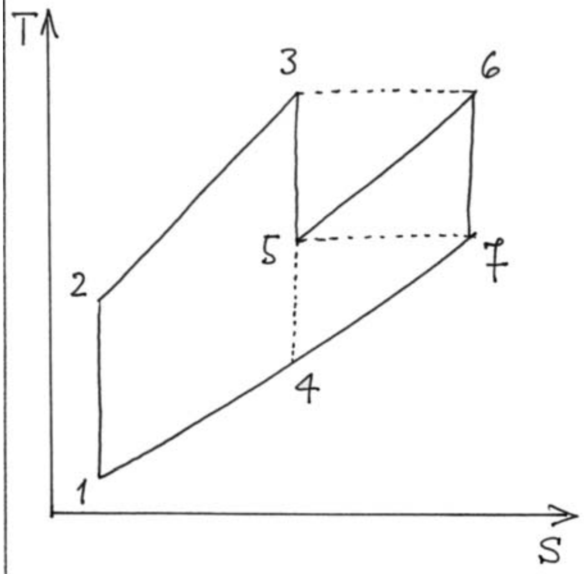
$$T_4 = \frac{T_3}{\beta_c^{k-1/k}} = 827{,}6\,K$$

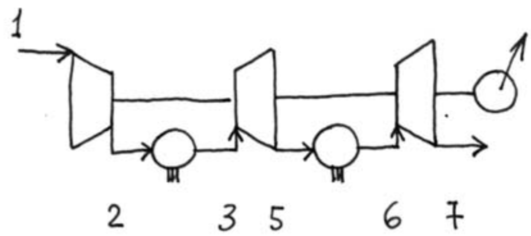
$$L_u = Q_e - Q_u = c_p(T_3 - T_7) - \left[c_p(T_4 - T_1) + c_p(T_5 - T_6)\right] = 475\,kJ/kg$$

$$\eta_t = \frac{L_u}{Q_e} = 0{,}425$$

ES. 3) Ciclo ideale con postcombustione

Un ciclo di turbina a gas ideale opera con uno stadio di ricombustione uniforme in condizioni di lavoro utile massimo.
Si calcolino i punti del ciclo, il rendimento termodinamico ed il lavoro utile.





$p_1 = 0{,}1$ MPa

$T_1 = 288$ K

$\beta_c = p_2/p_1 = 8$

$T_3 = 1500$ K

Ricombustione uniforme : $T_6 = T_3 = 1500$ K

Lavoro utile massimo per : $\beta_{3-5} = \beta_{6-7} = \sqrt{\beta_c} = 2{,}83$

$p_2 = p_1 \cdot \beta_c = 0{,}8$ MPa

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 522 \text{ K}$$

$p_3 = p_2 = 0{,}8$ MPa

$T_3 = 1500$ K (assegnata)

$$p_5 = \frac{p_3}{\beta_{3-5}} = 0{,}283 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_5} = \left(\frac{p_3}{p_5}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_5 = 1114{,}2 \text{ K}$$

$$p_6 = p_5 = 0{,}283 \text{ MPa}$$

$$T_6 = T_3 = 1500 \text{ K}$$

$$p_7 = p_4 = p_1 = 0{,}1 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_6}{T_7} = \left(\frac{p_6}{p_7}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_7 = T_5 = 1114{,}2 \text{ K}$$

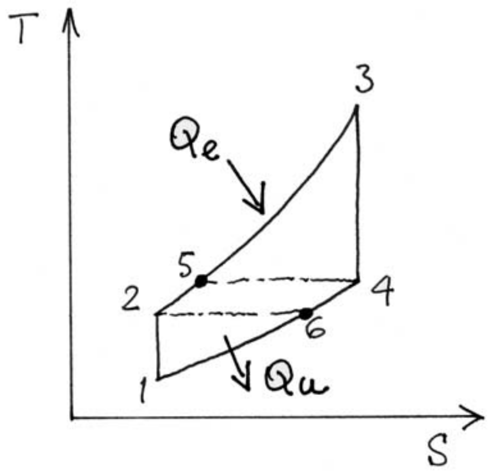
$$L_u = L_T - L_C = \left[c_p(T_3 - T_5) + c_p(T_6 - T_7)\right] - c_p(T_2 - T_1) = 540 \text{ kJ/kg}$$

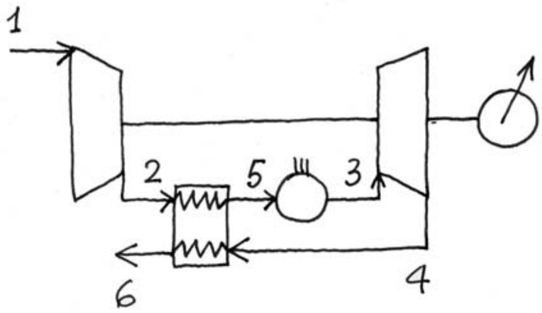
$$Q_e = c_p(T_3 - T_2) + c_p(T_6 - T_5) = 1370 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_t = \frac{L_u}{Q_e} = 0{,}394$$

ES. 4) Ciclo ideale con rigenerazione

Un ciclo di turbina a gas ideale opera con rigenerazione totale. Si calcolino i punti del ciclo, il rendimento termodinamico ed il lavoro utile.





$p_1 = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$

$T_1 = 288\ \mathrm{K}$

$\beta_c = p_2/p_1 = 8$

$T_3 = 1500\ \mathrm{K}$

$$R = \frac{T_4 - T_6}{T_4 - T_2} = 1$$

$p_2 = p_1 \cdot \beta_c = 0{,}8\ \mathrm{MPa}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 522\ \mathrm{K}$$

$p_3 = p_2 = 0{,}8\ \mathrm{MPa}$

$T_3 = 1500\ \mathrm{K}$

$p_4 = p_1 = 0{,}1\,MPa$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_4 = 827{,}6\,K$$

$$L_u = L_T - L_C = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = 440{,}4\ kJ/kg$$

oppure, in alternativa:

$$L_u = Q_e - Q_u = c_p(T_3 - T_5) - c_p(T_6 - T_1) = 440{,}4\ kJ/kg$$

$$\eta_t = \frac{L_u}{Q_e} = \frac{L_u}{c_p(T_3 - T_5)} = 0{,}65$$

oppure, ricorrendo all'espressione trovata nel caso di rigenerazione totale:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_3}\,\beta^{\frac{k-1}{k}} = 0{,}65 .$$

ES. 5) Ciclo reale con interrefrigerazione, ricombustione e rigenerazione

- Si consideri un ciclo composto da inter refrigerazione, riscaldamento intermedio e rigenerazione, realizzato da un impianto di turbina a gas su due alberi.

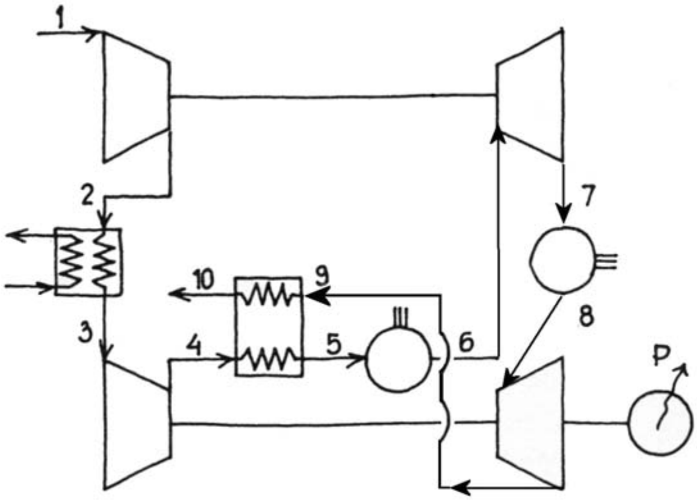


Fig. 2.12

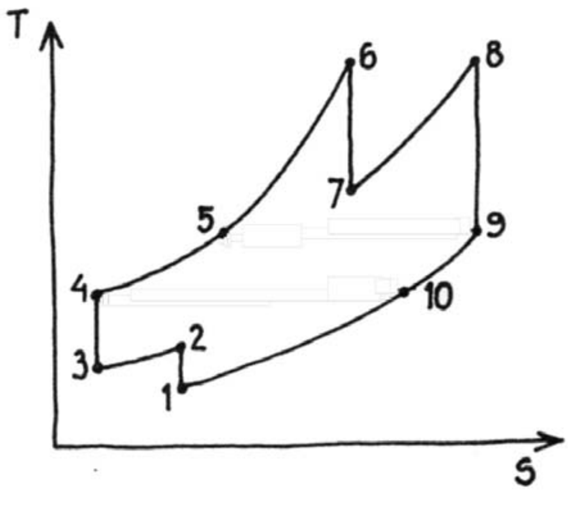


Fig. 2.13

Si calcoli il ciclo termodinamico, le portate d'aria e di combustibile ed il consumo specifico, conoscendo i seguenti dati:

- Potenza utile $P_u = 12 MW$
- Pressione di alimentazione $p_1 = 100 kPa$

- Temperatura dell'aria di alimentazione $T_1 = 288K$
- Rapporti di compressione dei compressori $\beta_c = 2$
- Rendimenti adiabatici dei compressori $\eta_c = 0.84$
- Efficacia del refrigeratore $R_r = 0.4$
- Temperatura di ingresso dell'acqua refrigerante $T_{iH_2O} = 291K$
- Efficacia del rigeneratore $R_s = 0.5$
- Coefficienti pneumatici degli scambiatori $\eta_r = \eta_s = 0.97$
- Coefficienti pneumatici dei combustori $\eta_{pn1} = \eta_{pn2} = 0.98$
- Rendimenti di combustione $\eta_{b1} = \eta_{b2} = 0.98$
- Potere calorifico inferiore del combustibile $Q_f = 45\times10^6\ J/kg$
- Temperatura di ingresso nelle turbine $T_6 = T_8 = 1050K$
- Rendimenti adiabatici delle turbine $\eta_t = 0.86$
- Rendimenti meccanici delle turbomacchine $\eta_m = 0.98$
- Calore specifico a pressione costante (medio) $\bar{C}_p = 1067.4\ J/kgK$
- Rapporto tra i calori specifici $\gamma = 1.4$

SVOLGIMENTO

Ingresso

$$p_1 = 100kPa$$

$$T_1 = 288K$$

Primo compressore

$$p_2 = \beta_{c1}\times p_1 = 200kPa$$

$$T_{2'} = T_1\times\left(\beta_{c1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 351K$$

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2'} - T_1}{\eta_{c1}} = 363K$$

Refrigeratore

Si tratta di uno scambiatore aria-acqua, il cui scopo è quello di raffreddare l'aria in ingresso al secondo compressore e la cui ***efficacia*** R_r può essere espressa dal rapporto tra la quantità di calore effettivamente ceduta dall'aria e la quantità di calore teorica massima che l'aria può cedere.
Ritenendo costanti i calori specifici dell'aria, si ha:

$$R_r = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_{iH_2O}} = 0.4$$

quindi

$$T_3 = T_2 - R_r\left(T_2 - T_{iH_2O}\right) = 334.2K$$

$$p_3 = p_2\times\eta_r = 194kPa$$

Secondo compressore

$$p_4 = \beta_{c2} \times p_3 = 388kPa$$

$$T_{4'} = T_3 \left(\beta_{2c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 407.4K$$

$$T_4 = T_3 + \frac{T_{4'} - T_3}{\eta_{c2}} = 421.3K$$

Scambiatore-Rigeneratore

Si tratta di uno scambiatore aria-gas, il cui scopo è quello di riscaldare l'aria in ingresso alla camera di combustione e la cui ***efficacia*** R_s può essere espressa dal rapporto tra la quantità di calore effettivamente assorbita dall'aria e la quantità di calore teorica massima che l'aria può assorbire.
Ritenendo costanti i calori specifici dell'aria e del gas, si ha:

$$R_s = \frac{T_5 - T_4}{T_9 - T_4} = 0.5$$

Per ricavare T_5 bisogna ricorrere ad un processo iterativo, in quanto T_9 è incognita.
Si assegna pertanto un valore di partenza per T_9 che andrà verificato col valore che si troverà all'uscita della seconda turbina.
Assumendo quindi $T_9 = 850K$, si ottiene:

$$T_5 = T_4 + R_s\left(T_9 - T_4\right) = 635.6K$$

$$p_5 = \eta_s \times p_4 = 376.4kPa$$

Combustore principale

Il rapporto aria/combustibile si può ricavare dal bilancio entalpico al combustore:

$$T_6 = 1050K$$

$$p_6 = \eta_{pn1} \times p_5 = 368.9kPa$$

$$\alpha = \frac{\eta_b \times Q_f}{\bar{C}_p\left(T_6 - T_5\right)} = 99.7$$

Prima turbina

Per il calcolo delle condizioni di uscita da questa turbina, si considera il bilancio meccanico al primo albero, che risulta essere equilibrato:

$$\frac{1}{\eta_m} \times \alpha \times \bar{C}_p\left(T_2 - T_1\right) = \eta_m\left(\alpha + 1\right)\bar{C}_p\left(T_6 - T_7\right)$$

da cui si ottiene:

$$T_7 = T_6 - \frac{\alpha \times \bar{C}_p \left(T_2 - T_1\right)}{\left(\alpha + 1\right)\bar{C}_p \times \eta_m{}^2} = 972.7K$$

$$T_{7'} = T_6 - \frac{T_6 - T_7}{\eta_{t1}} = 960K$$

$$p_7 = p_6 \left(\frac{T_{7'}}{T_6}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 269.7kPa$$

Postcombustore

Dal bilancio entalpico si può ricavare la quantità di combustibile iniettata nel postcombustore, sapendo che la temperatura di uscita dal postcombustore stesso è uguale a quella di uscita dal combustore principale:

$$T_8 = 1050K$$

$$p_8 = \eta_{pn} \times p_7 = 264.3kPa$$

$$\chi = \frac{\left(\alpha + 1\right)\bar{C}_p \left(T_8 - T_7\right)}{\eta_b \times Q_f - \bar{C}_p \left(T_8 - T_7\right)} = 0.19$$

Seconda turbina

I gas uscenti dalla seconda turbina entrano nel rigeneratore per riscaldare l'aria in ingresso al combustore principale.
Devono quindi avere una pressione tale da vincere le perdite di carico nel rigeneratore, che scaricherà i gas alla pressione ambiente.
Si avrà quindi:

$$p_{10} = p_1 = 100kPa$$

$$p_9 = \frac{p_{10}}{\eta_s} = 103kPa$$

$$T_{9'} = T_8 \left(\frac{p_9}{p_8}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 802.2K$$

$$T_9 = T_8 - \eta_{t2}\left(T_8 - T_{9'}\right) = 836.9K$$

Questa temperatura va confrontata con quella assunta all'inizio dell'iterazione; se la differenza tra i due valori è inferiore ad un valore prestabilito (ad es. inferiore all'1% del valore iniziale) il ciclo iterativo ha termine.
Diversamente, si procede ad una seconda iterazione,assumendo come valore di partenza l'ultimo valore calcolato.
In questo esempio, supporremo che il valore iniziale di T_9 soddisfi il requisito, così da mantenere validi i calcoli svolti.
Effettuiamo a questo punto un bilancio meccanico al secondo albero, considerando che questo, a differenza del primo, non è un albero equilibrato ma di potenza: possiamo quindi calcolare il lavoro utile massico.

$$L_u = L_T - L_C = \eta_m \times \bar{C}_p \left(T_8 - T_9\right) - \frac{1}{\eta_m} \times \bar{C}_p \left(T_4 - T_3\right) = 114.3 kJ/kg$$

Rendimento termodinamico del ciclo η_t

$$\eta_t = \frac{P_u}{Q_e} = \frac{\dot{m}_a \times L_u}{\dot{m}_f \times Q_f} = \frac{\alpha}{1+\chi} \times \frac{L_u}{Q_f} = 0.213$$

avendo assunto:

$$\alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_{f1}}; \dot{m}_f = \dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}; \chi = \frac{\dot{m}_{f2}}{\dot{m}_{f1}}$$

Portata d'aria

$$\dot{m}_a = \frac{P_u}{L_u} = 104.95\, kg/s$$

Portata di combustibile

$$\dot{m}_f = \dot{m}_a \times \frac{1+\chi}{\alpha} = 1.25\, kg/s$$

Consumo specifico

$$SFC = \frac{\dot{m}_f}{P_u} = \frac{1.25 \times 3600}{12000} = 0.375 \frac{kg/h}{kW}$$